Semaine du 1er au 5 mars 2021

Espaces euclidiens

Isométries vectorielles. Préservation du produit scalaire, de la norme, exemple des symétries orthogonales, des réflexions.
Interprétation matricielle : le groupe $\mathcal{O}_n(\mathbb{R})$.
Orientation de l'espace : le groupe $\mathcal{SO}_n(\mathbb{R})$.
Étude des isométries vectorielles du plan (rotations et symétries orthogonales).

Endomorphismes symétriques. Tout endomorphisme symétrique est diagonalisable dans une base orthonormée.

Équations différentielles

Équations linéaires scalaires du premier ordre

Équation dite « sous forme résolue » : $x' = u(t)x+v(t)$, équation homogène associée. Structure affine des solutions, résolution (entre autre par la méthode dite de « variation de la constante »).

Le problème de Cauchy. L'équation différentielle $x' = u(t)x + v(t)$ admet en tout point $(t_0, x_0) \in \mathrm{I} \times \mathbb{K}$ une unique solution au problème de Cauchy.

Systèmes d'équations différentielles linéaires

Systèmes de la forme : $\mathrm{X}' = \mathrm{A}(t)\mathrm{X} + \mathrm{B}(t)$; l'unicité de la solution au problème de Cauchy est un résultat admis.
Résolution dans le cas particulier où A est une matrice constante diagonalisable ou trigonalisable.
Dans le cas général, l'ensemble des solutions est un espace affine de dimension n dont la direction est l'espace vectoriel des solutions de l'équation homogène : $\mathrm{X}' = \mathrm{A}(t)\mathrm{X}$.
Si $(\mathrm{X}_1, \dots, \mathrm{X}_n)$ est un système fondamental de solutions du système linéaire homogène, on introduit la matrice *wronskienne* $\mathrm{W} : t \mapsto \begin{pmatrix} \mathrm{X}_1(t) & \cdots & \mathrm{X}_n(t) \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Toute solution de l'équation homogène s'exprime : $\mathrm{X} = \mathrm{W}(t)\mathrm{V}$ où V est un vecteur constant quelconque. Définition du *Wronskien*.

La méthode dite de « variation des constantes ». (hors programme mais vu en classe). Elle consiste à effectuer le changement de fonction inconnue $\mathrm{X} = \mathrm{W}(t)\mathrm{Y}$ pour résoudre l'équation générale.

Prévision

Suite et fin des équations différentielles