

Semaine 14 du 13 au 17 janvier 2025

Variables aléatoires

Nous ne prenons en considération que les variables aléatoires *discrètes*.

Lois discrètes classiques : loi uniforme, loi de Bernoulli, loi géométrique, loi binomiale, loi de Poisson.

Loi des événements rares. Si pour tout $n \in \mathbb{N}$, $X_n \hookrightarrow \mathcal{B}(n, p_n)$ et $\lim np_n = \lambda$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(X_n = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$.

couple de variables aléatoires. Loi conjointe et lois marginales ; variables aléatoires indépendantes.

Espérance et variance. Définition et propriétés élémentaires, calcul de l'espérance et de la variance pour les lois usuelles.

Inégalité de Cauchy-Schwarz. $\mathbb{E}(XY)^2 \leq \mathbb{E}(X^2)\mathbb{E}(Y^2)$.

Covariance. $\mathbb{V}(X + Y) = \mathbb{V}(X) + 2 \text{cov}(X, Y) + \mathbb{V}(Y)$.

Inégalités de concentration. Inégalité de Markov, de Bienaymé-Tchebychev, loi faible des grands nombres

Série génératrice. associée à une variable aléatoire à valeurs dans \mathbb{N} .

Prévision

Intégration sur un segment d'une fonction continue par morceaux.

Quelques exemples de questions de cours possibles (liste non exhaustive)

- inégalité de Cauchy-Schwarz ;
- Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev ;
- Série génératrice de la somme de deux variables aléatoires indépendantes ;
- Expression de l'espérance et de la variance à partir de la série génératrice.

Exercices à préparer pour les séances de TD

Les exercices 29, 41, 46, 47, 50 de la fiche « Probabilités ».