

Semaine du 30 novembre au 4 décembre 2020

Intégration sur un segment

Ce programme est essentiellement consacré à des révisions de première année, à l'exception de la notion de fonction continue par morceaux.

Toutes les fonctions considérées sont à valeurs réelles ou complexes.

Fonctions continues par morceaux. Toute fonction continue par morceaux est bornée.

L'ensemble des fonctions continues par morceaux est un espace vectoriel stable par produit.

Définition de l'intégrale d'une fonction continue par morceaux à l'aide d'une subdivision adaptée (la définition de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment a été traitée en première année et n'a pas été revue).

Sommes de Riemann. Lien avec la méthode des rectangles étudiée en informatique; méthode des trapèzes.

Propriétés de l'intégrale d'une fonction continue par morceaux. Linéarité et positivité.

Dérivation et intégration

Théorème fondamental de l'intégration. Si $f : I \rightarrow \mathbb{K}$ est continue et $a \in I$, la fonction $F : x \mapsto \int_a^x f(t) dt$ est de classe \mathcal{C}^1 et $F' = f$.

Application à l'étude des primitives de f sur un intervalle.

Changement de variable et intégration par parties. Pratique de ces méthodes.

Formules de Taylor. Formule de Taylor avec reste intégral, inégalité de Taylor-Lagrange, formule de Taylor-Young.

Prévision

Intégration sur un intervalle quelconque.

Quelques exemples de questions de cours possibles (liste non exhaustive)

Il n'est pas indispensable de donner une question de cours sur ce chapitre.