

Exercice

Soit $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}_+, \mathbb{R})$ telle que $f(0) = 0$ et pour tout $x \in \mathbb{R}_+$, $f'(x) \in [0, 1]$.

Montrer que pour $x \geq 0$,
$$\int_0^x f(t)^3 dt \leq \left(\int_0^x f(t) dt \right)^2.$$