

## Corrigé

Posons  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{f(k)}{k^2}$ . On a  $S_{2n} - S_n = \sum_{k=n+1}^{2n} \frac{f(k)}{k^2} \geq \frac{1}{4n^2} \sum_{k=n+1}^{2n} f(k)$ .

$\sum_{k=n+1}^{2n} f(k)$  est une somme de  $n$  entiers distincts donc  $\sum_{k=n+1}^{2n} f(k) \geq \sum_{k=0}^{n-1} k = \frac{n(n-1)}{2}$  et ainsi,  $S_{2n} - S_n \geq \frac{n-1}{8n}$ . Cette minoration montre que  $(S_{2n} - S_n)$  ne peut tendre vers 0 et donc que la suite  $(S_n)$  ne converge pas : ainsi, la série diverge.