

Exercice

- a) Soit $(a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4$ tel que $ad - bc \neq 0$. Déterminer l'inverse de $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.
- b) Soit $A \in \mathcal{GL}_2(\mathbb{R})$ une matrice inversible à coefficients dans \mathbb{Z} . Montrer que A^{-1} est à coefficients dans \mathbb{Z} si et seulement si $\det A \in \{-1, 1\}$.
- c) Soient A et B deux matrices de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ à coefficients dans \mathbb{Z} . On suppose que $A, A + B, A + 2B, A + 3B, A + 4B$ sont inversibles et que leurs inverses sont à coefficients dans \mathbb{Z} . Montrer que $A + 5B$ est inversible et que son inverse est à coefficients dans \mathbb{Z} .