

Semaine 19 du 3 au 7 mars 2025

Espaces vectoriels normés

Normes et distances

Définition d'une norme, seconde inégalité triangulaire, cas des normes euclidiennes, distance associée à une norme. Notion de sphère, boule ouverte, boule fermée associée à une norme.

Parties convexes. Les boules ouvertes et fermées sont convexes.

Normes équivalentes. On admet qu'en dimension finie toutes les normes sont équivalentes.

Suites bornées, suites convergentes

Définition d'une suite bornée, d'une suite convergente.

En présence d'une base, la convergence est équivalente à la convergence composante par composante.

Topologie d'un espace vectoriel normé

Définition d'un point intérieur, d'un point adhérent.

Caractérisation séquentielle d'un point adhérent.

Définition de l'intérieur, de l'adhérence, de la frontière d'une partie.

Parties ouvertes, parties fermées.

Continuité et dérivabilité des fonctions vectorielles

Définition d'une limite, de la continuité en un point, d'une fonction $f : I \rightarrow E$ où I est un intervalle et E un \mathbb{K} -espace vectoriel de dimension finie.

Caractérisation séquentielle d'une limite.

Relations de comparaison O et o .

Image réciproque d'un ouvert ou d'un fermé de \mathbb{R} par une application continue.

Théorème de la borne atteinte lorsque l'ensemble de départ est un fermé borné (résultat admis).

Continuité des applications linéaires et des applications bilinéaires, ainsi que du déterminant.

Dérivation d'une fonction vectorielle

Composition par une application linéaire, par une application bilinéaire, par une application n -linéaire.

Cette semaine est avant tout l'occasion d'une révision des notions de continuité et de dérivabilité de première année, les exercices classiques de première année sur ces thèmes sont très bien adaptés.

Prévision

Fonctions de plusieurs variables (ce sera vraisemblablement la dernière semaine de colle)