

Semaine du 18 au 22 janvier 2021

Espaces probabilisés

Tribus et probabilités. Définition d'une tribu (contient l'univers Ω , est stable par complémentaire et union dénombrable), propriétés usuelles des tribus.

Définition d'une probabilité sur une tribu, propriétés usuelles des probabilités.

Théorème de la limite monotone, propriété de sous-additivité.

Cas d'un univers dénombrable. Définition d'une probabilité sur $\mathcal{P}(\Omega)$ à partir des singletons.

Conditionnement en indépendance. Notion de probabilité conditionnelle, formule des probabilités composées.

Notion de système complet d'événements, formule des probabilités totales. Formule de Bayes.

Indépendance de deux événements, indépendance d'une famille finie ou dénombrable d'événements.

Variables aléatoires

Nous ne prenons en considération que les variables aléatoires *discrètes*.

Fonction de répartition d'une variable aléatoire.

Lois discrètes classiques : loi uniforme, loi de Bernoulli, loi géométrique, loi binomiale, loi de Poisson.

Loi des événements rares. Si pour tout $n \in \mathbb{N}$, $X_n \hookrightarrow \mathcal{B}(n, p_n)$ et $\lim np_n = \lambda$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} \mathbb{P}(X_n = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$.

couple de variables aléatoires. Loi conjointe et lois marginales ; variables aléatoires indépendantes.

Attention. Pas d'espérance cette semaine.

Prévision

Encore des probabilités, avec en sus les notions d'espérance, de covariance et de corrélation, les inégalités de Markov et de Bienaymé-Thchebychev, la loi faible des grands nombre et les séries génératrices.

Quelques exemples de questions de cours possibles (liste non exhaustive)

- la fonction de répartition d'un variable aléatoire est croissante et admet 0 et 1 pour limite en $-\infty$ et $+\infty$;
- la fonction de répartition d'un variable aléatoire est continue à droite et admet une limite à gauche en tout point ;
- la loi géométrique est sans mémoire ;
- preuve de la loi des événements rares ;