

Semaine du 12 au 16 octobre 2020

Suites dans un espace vectoriel normé

Normes et distances. Définition d'une norme, seconde inégalité triangulaire, cas des normes euclidiennes, distance associée à une norme.

Notion de sphère, boule ouverte, boule fermée associée à une norme.

(Hors programme, mais évoqué en cours) : notion de normes équivalentes.

Suites bornées, suites convergentes. Définition d'une suite bornée, d'une suite convergente.

Théorème admis : en dimension finie ces notions sont indépendantes du choix de la norme.

En présence d'une base, la convergence est équivalente à la convergence composante par composante.

Suites réelles

Révision du programme de première année.

Divergence en $\pm\infty$.

Compatibilité avec la relation d'ordre : passage à la limite dans une inégalité, encadrement, minoration par des suites convergentes.

Suites monotones, suites adjacentes.

Comparaison logarithmique.

Théorème de Cesàro.

Quelques exemples de questions de cours possibles (liste non exhaustive)

- si (u_n) et (v_n) sont deux suites convergentes telles que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq v_n$ alors $\lim u_n \leq \lim v_n$;
- toute suite croissante et majorée converge ;
- deux suites adjacentes convergent vers la même limite ;
- comparaison logarithmique avec une suite géométrique : énoncé et preuve ;
- preuve du théorème de Cesàro.

Prévision

Séries numériques.

Note à l'attention des interrogateurs : je ne traiterai pas tout de suite les aspects topologiques des espaces vectoriels normés (ouverts, fermés, continuité) ; en général je traite cette partie juste avant le calcul différentiel. Insistez donc surtout sur les suites numériques.