Exercice

On munit $\mathbb{R}^n$ de sa structure euclidienne canonique. Soit $u \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^n)$ tel que pour tout $x, y \in \mathbb{R}^n$, $\langle x \mid y \rangle = 0 \implies \langle u(x) \mid u(y) \rangle = 0$. Montrer qu'il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ et $v \in \mathcal{O}_n(\mathbb{R})$ tels que $u = \lambda v$.